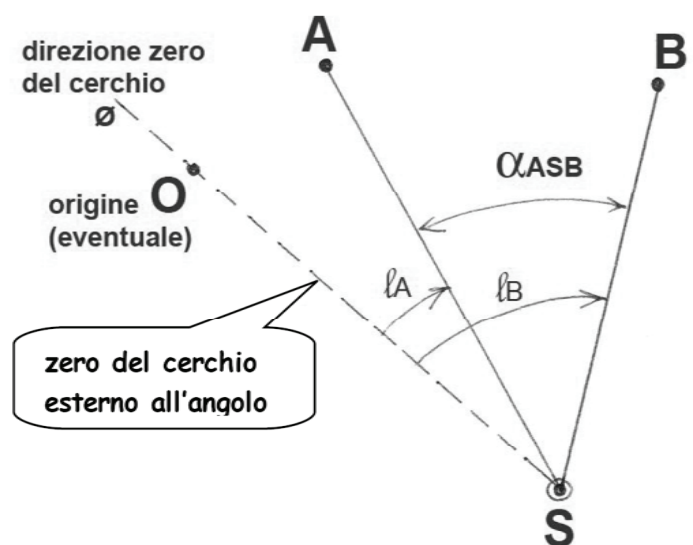


## MISURA DEGLI ANGOLI AZIMUTALI

Con il teodolite in stazione nel punto S, si collimano il punto indietro A e il punto avanti B, e si eseguono le rispettive letture al cerchio azimutale  $l_A$  e  $l_B$ .

La graduazione del cerchio cresce sempre in senso orario. L'angolo azimutale si ottiene per differenza di letture:



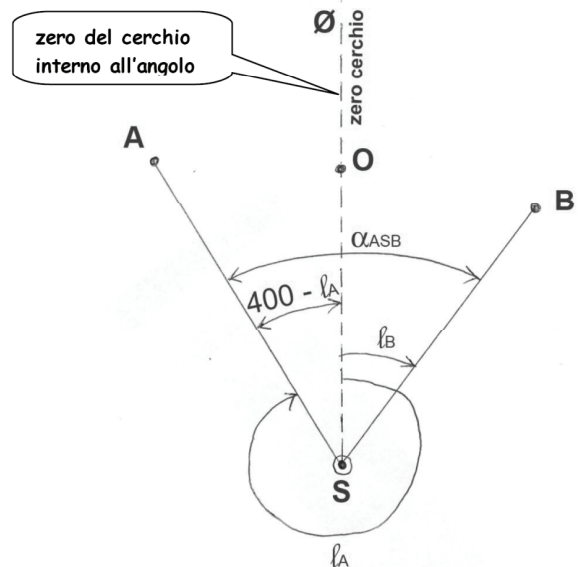
$$\alpha_{ASB} = l_B - l_A$$

ovvero

angolo azimutale = lettura punto avanti - lettura punto indietro  
si può notare che in casi come questo risulta  $(l_B - l_A) > 0$

Nel caso precedente, lo zero del cerchio cade esternamente all'angolo da misurare, la differenza delle letture (p.avanti-p.indietro) risulta positiva.

Se invece lo zero cade all'interno dell'angolo la differenza delle letture (p.avanti-p.indietro) risulta negativa. In tal caso è necessario aggiungere un angolo giro:



risulta  $\alpha_{ASB} = l_B + (400 - l_A)$  da cui

$$\alpha_{ASB} = (l_B - l_A) + 400$$

ovvero

$$\text{angolo azimutale} = (\text{lettura punto avanti} - \text{lettura punto indietro}) + 400$$

### **In pratica:**

**L'angolo azimutale tra due punti si ottiene sempre dalla differenza (lettura p.avanti – lettura p.indietro).**

**Se essa risulta positiva lo zero è esterno all'angolo e non si aggiunge niente.**

**Se la differenza è negativa, lo zero è interno all'angolo e si deve aggiungere un angolo giro.**

## **REGOLA DI BESSEL**

Il teodolite è utilizzabile in due posizioni (diritta e capovolta, dette anche cerchio a sinistra C.S. e cerchio destra C.D.).

Si dimostra che alcuni errori sistematici sull'angolo azimutale, e cioè:

- errore residuo di inclinazione (2<sup>a</sup> condizione di rettifica)
- errore residuo di collimazione (3<sup>a</sup> condizione di rettifica)
- errore di eccentricità del cannocchiale (condizione di costruzione)

si manifestano con lo stesso valore ma con segno opposto nella posizione diritta e in quella capovolta.

Quindi, se si esegue la media delle due letture "coniugate" un errore positivo si somma a un uguale errore negativo per cui complessivamente l'errore si elide.

**Regola di Bessel:** La media delle due letture azimutali “coniugate” (diritta e capovolta) è esente dagli errori di rettifica della 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> condizione e dall’errore di eccentricità del cannocchiale.

La media va effettuata tenendo conto che le due letture coniugate differiscono di un angolo piatto, in quanto l’alidada viene ruotata di 200<sup>g</sup> tra l’una e l’altra. Traducendo quindi la regola di Bessel in formula si ha:

$$l_m = \frac{l^{C.S.} + (l^{C.D.} \pm 200^g)}{2}$$

N. B. : il segno dentro la parentesi va assunto positivo se

$$l^{C.D.} < 200^g \quad \text{negativo se} \quad l^{C.D.} > 200^g$$

### Esempio numerico:

$$l^{C.S.} = 103,3520^g$$

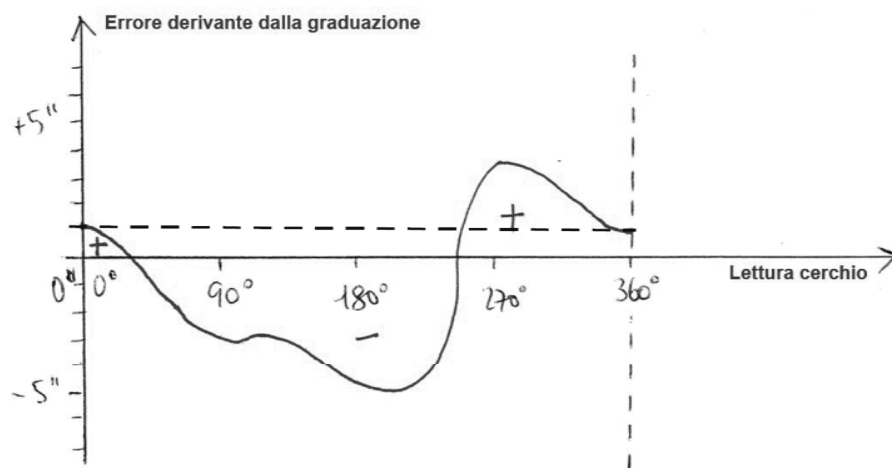
$$l^{C.D.} = 303,3530^g$$

$$l_m = \frac{l^{C.S.} + (l^{C.D.} \pm 200^g)}{2} = \frac{103,3520^g + (303,3530^g - 200^g)}{2} =$$
$$= \frac{103,3520^g + 103,3530^g}{2} = 103,3525^g$$

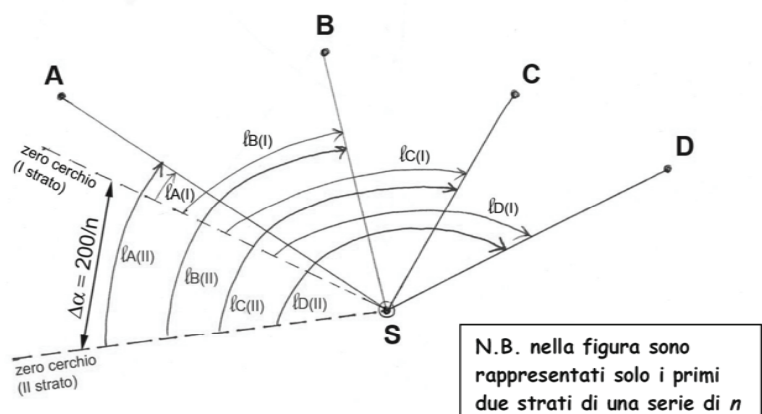
## LA REITERAZIONE

Nelle misure angolari in cui si richiede una notevole precisione si ricorre alla reiterazione che consiste nel ripetere la misura dell'angolo azimutale più volte, in posizioni diverse del cerchio, e poi farne la media.

In questo modo si mediano gli errori accidentali di collimazione e si riduce l'effetto degli errori di graduazione (che hanno segno positivo e negativo avendo andamento periodico sui  $400^g$  del cerchio).



## Metodo a strati



### I° strato

Si orienta il cerchio in modo che sul primo punto si faccia una lettura di poco superiore allo 0.

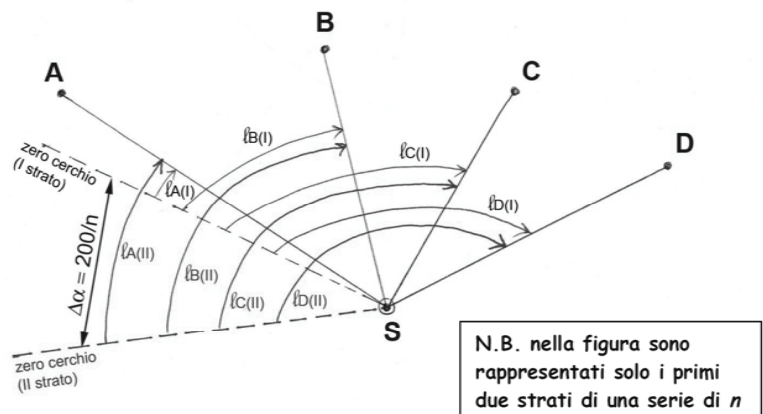
Si effettuano le letture su tutti i punti da rilevare (tutto il "giro d'orizzonte"), diritte e capovolte e relative medie con la regola di Bessel. Dalla serie di letture del primo strato  $l_A(I)$ ,  $l_B(I)$ ,  $l_C(I)$ ,  $l_D(I)$  (tutte medie Bessel) si ottengono per differenza (punto avanti - punto indietro) gli angoli del primo strato:

$$\alpha_{ASB}(I) = l_B(I) - l_A(I)$$

$$\alpha_{BSC}(I) = l_C(I) - l_B(I)$$

$$\alpha_{CSD}(I) = l_D(I) - l_C(I)$$





## II° strato

Si sposta il cerchio all'indietro (cioè in senso antiorario) di una quantità  $\Delta\alpha = 200/n$  rispetto allo strato precedente, dove  $n$  è il numero di strati (reiterazioni) che si vuole eseguire.

Se ad esempio  $n = 4$ , risulta  $\Delta\alpha = 200/4 = 50^g$ .

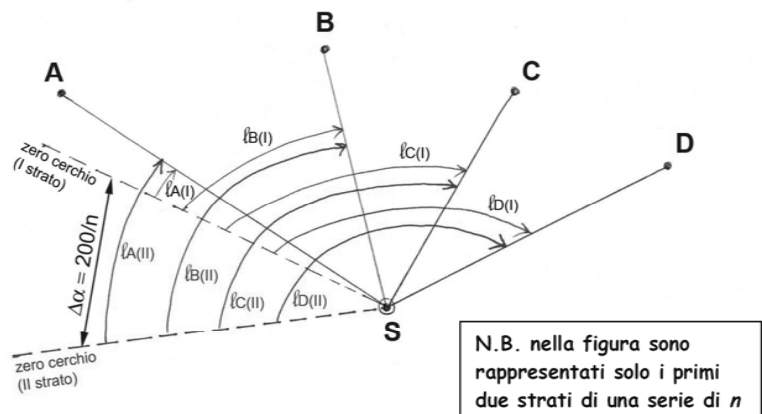
Poi si ripetono le misure come descritto nel primo strato

$$\alpha_{ASB}(II) = l_B(II) - l_A(II)$$

$$\alpha_{BSC}(II) = l_C(II) - l_B(II)$$

$$\alpha_{CSD}(II) = l_D(II) - l_C(II)$$

E così via fino ad arrivare all'ultimo strato (n-esimo) che completa il lavoro di campagna.



A questo punto, per ogni angolo del “giro di orizzonte” si dispone di  $n$  misure, il valore più probabile di ciascun angolo è allora dato dalla media aritmetica degli  $n$  valori misurati nei singoli strati:

$$\alpha_{ASB} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{ASB}(i)}{n}$$

## MISURA DEGLI ANGOLI ZENITALI

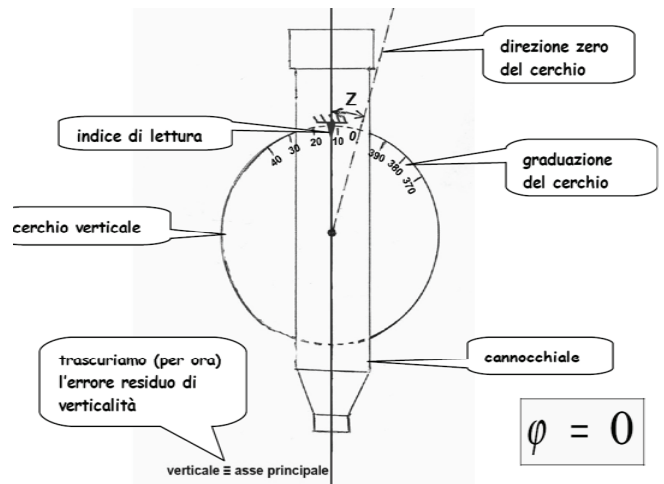
Con il teodolite in stazione nel punto S, in posizione cerchio a sinistra, si collima il punto A e si legge il cerchio verticale.

La lettura  $l_s$  al cerchio verticale (con lo strumento in posizione C.S.) è pari, in prima approssimazione, all'angolo zenitale  $\phi_{SA}$ .

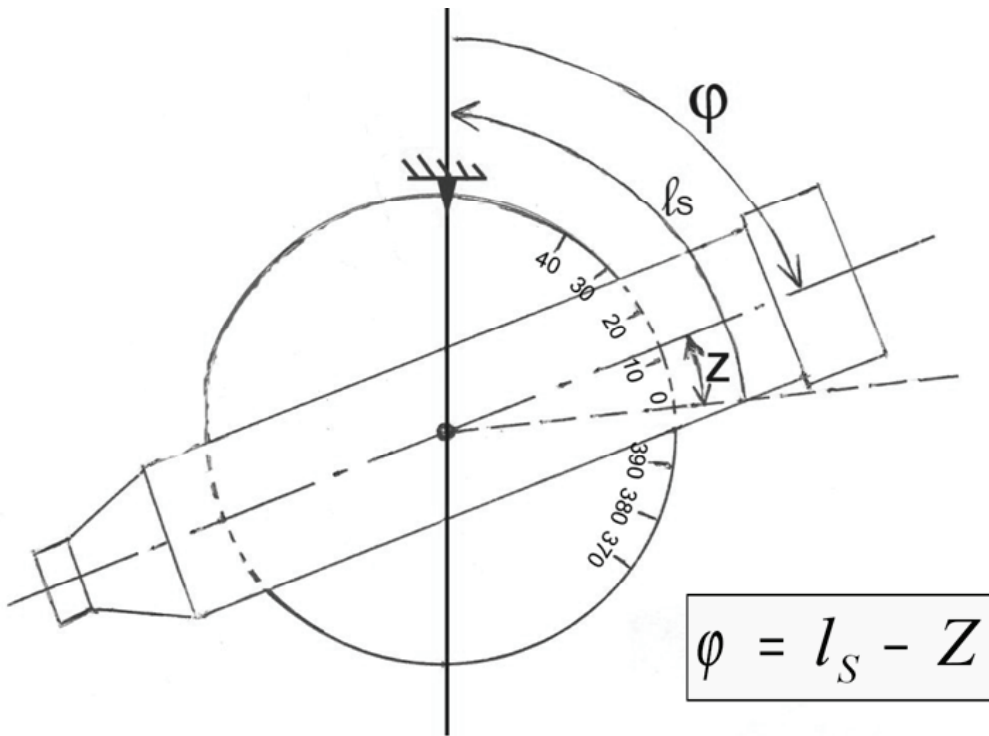
Se la stessa operazione viene eseguita con lo strumento in posizione cerchio a destra, l'angolo zenitale  $\phi_{SA}$  è dato, sempre in prima approssimazione, da  $(400^\circ - l_D)$ , cioè dal complemento all'angolo giro della lettura  $l_D$  in C.D.

La misura dell'angolo zenitale come sopra è affetta da un errore sistematico (zenit strumentale) la cui entità molto spesso non è trascurabile.

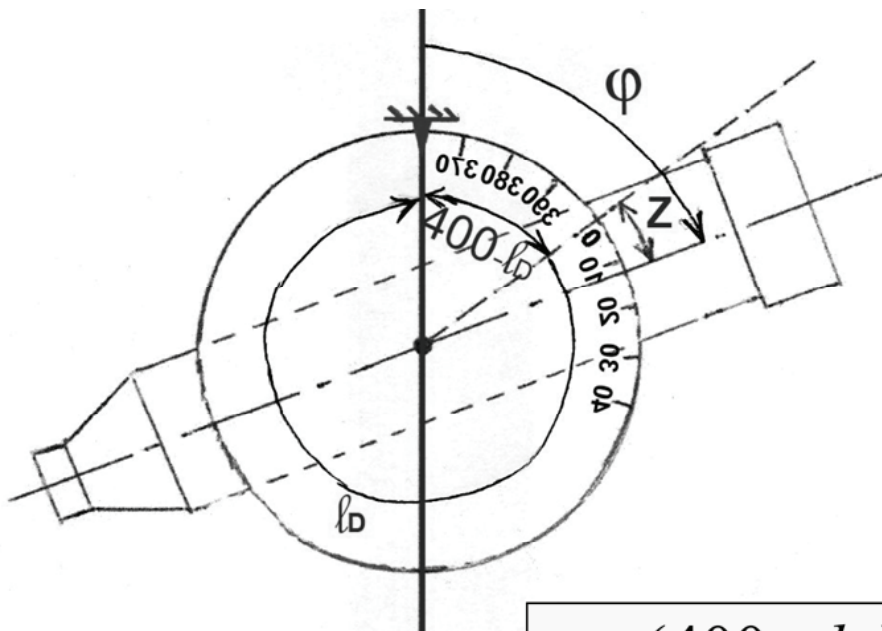
Si dice **zenit strumentale Z** di un teodolite la lettura che si effettuerebbe al cerchio verticale se si potesse collimare lo zenit, ovvero ponendo l'asse di collimazione in posizione verticale.



Vediamo cosa avviene quando si collima un generico punto con lo strumento nella **posizione C.S.**:



Ora capovolgiamo il cannocchiale, ruotiamo l'alidada di 200° e ricollimiamo lo stesso punto nella **posizione C.D.** . Ecco la situazione che si presenta (notare la graduazione invertita - il cerchio è visto dall'altro lato, la figura è ribaltata rispetto alla precedente):



$$\varphi = (400 - l_D) + Z$$

Dalla prima relazione si ottiene:  $Z = l_S - \varphi$

Dalla seconda relazione si ottiene:  $Z = \varphi - (400 - l_D)$

Confrontando si ha:  $l_S - \varphi = \varphi - (400 - l_D)$

E quindi l'angolo zenitale sarà:

$$\varphi = \frac{l_S + (400 - l_D)}{2}$$

L'angolo zenitale si calcola facendo la media della lettura cerchio a sinistra e del complemento all'angolo giro della lettura cerchio a destra.

Il valore così calcolato è esente dallo zenit strumentale.